

La capacità elettrica

Si definisce **capacità elettrica** il rapporto tra la carica elettrica Q accumulata da un elemento e la tensione V che si presenta ai capi dell'elemento stesso:

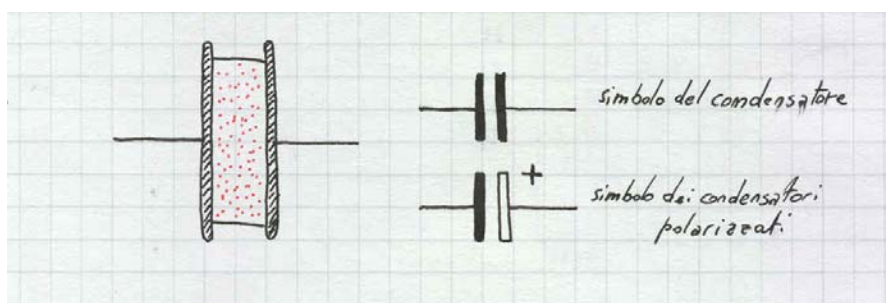
$$C = Q / V$$

L'unità di misura delle capacità elettrica è il **Farad** e si indica con F ; poiché il Farad è un'unità di misura molto grande, è molto più facile imbattersi nei suoi sottomultipli, tipicamente, microfarad, nanofarad e picofarad (μF , nF , pF).

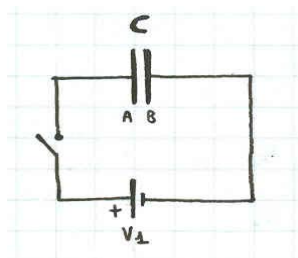
Gli elementi elettrici costruiti per immagazzinare una capacità di valore definito si chiamano **condensatori**.

Un condensatore elettrico è costituito da due piastre metalliche affacciate, chiamate **armature**, separate da un materiale isolante che può essere ad esempio carta, carta impregnata, mica. In taluni condensatori il dielettrico è costituito da un materiale a base elettrolitica e i condensatori vengono definiti **condensatori elettrolitici**; la stragrande maggioranza di essi hanno un comportamento polarizzato, ovvero sono costruiti per avere una delle piastre ad un potenziale positivo rispetto all'altra. L'inversione delle polarità ai capi di questi condensatori ne pregiudica il funzionamento. Inoltre **un condensatore elettrolitico polarizzato in maniera inversa crea al suo interno gas e si può arrivare all'esplosione del componente**, che si può rilevare pericolosa.

La figura illustra il principio di costruzione dei condensatori e il simbolo utilizzato in elettrotecnica e elettronica.



Nel circuito della figura sottostante un condensatore viene connesso al generatore di tensione continua. Quando viene chiuso l'interruttore, internamente al condensatore si viene a localizzare una carica elettrica di natura positiva sull'armatura A, rispetto all'armatura B. La carica elettrica immagazzinata dal condensatore viene ad essere il prodotto tra la capacità del condensatore e la tensione applicata. Quando l'interruttore viene aperto, il condensatore rimane carico alla tensione che gli è stata applicata.

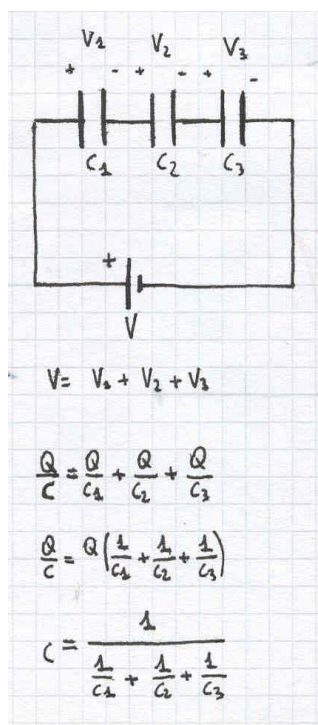


Tutto questo avviene, chiaramente, a patto che l'isolante interno al condensatore abbia caratteristiche idonee al funzionamento a quella tensione che viene applicata. Se la tensione applicata è troppo elevata il campo elettrostatico interno al condensatore è sufficientemente alto da mandare in crisi il potere isolante del

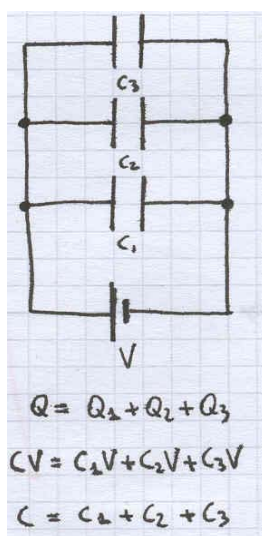
dielettrico e il condensatore va direttamente in cortocircuito. Ecco perchè tutti i condensatori in commercio sono contrassegnati da un valore di capacità e da un valore di tensione nominale di funzionamento.

Condensatori in serie e in parallelo.

Quando viene effettuata una connessione serie di uno o più condensatori essi si trovano a ripartire tra di loro la tensione applicata in maniera inversamente proporzionale alla loro capacità; però la carica elettrica, essendo per definizione una corrente in transito nell'unità di tempo ed essendo la corrente comune in tutti gli elementi, perchè posti in serie, sarà la stessa su ogni condensatore connesso. La figura illustra la situazione..



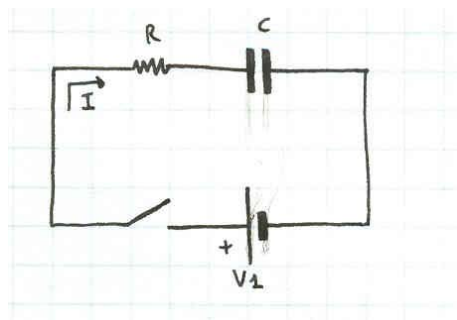
Invece quando i condensatori sono posti in parallelo, l'elemento comune è la tensione e i condensatori accumuleranno carica elettrica in maniera direttamente proporzionale alla loro capacità.



Costanti di tempo, carica e scarica del condensatore

In linea teorica lo schema suddetto consente una carica istantanea, ovvero il condensatore si trova con una tensione ai capi pari al valore V_1 in un intervallo di tempo nullo.

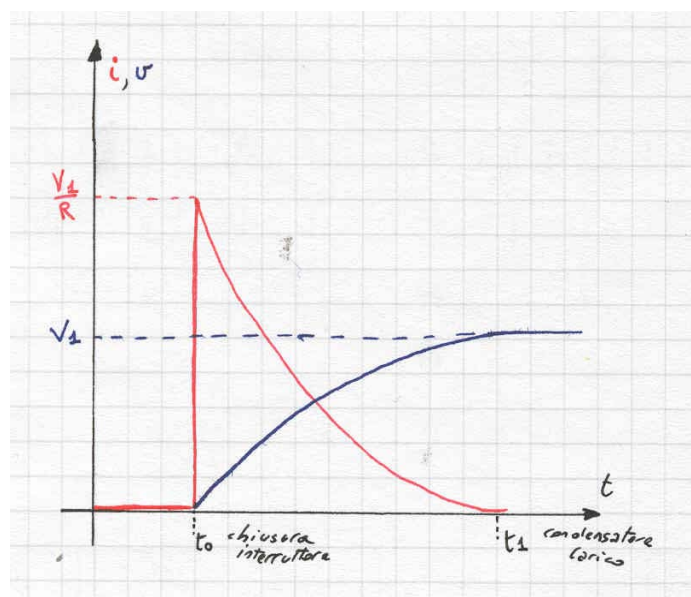
Nella pratica i condensatori si caricano sempre attraverso una resistenza di valore più o meno elevato a seconda dell'applicazione. Un circuito reale dove viene caricato un condensatore in tensione continua potrebbe essere quello di figura.



Nella figura il condensatore viene caricato attraverso la resistenza R dal generatore V_1 . Quando viene chiuso l'interruttore il condensatore è completamente scarico e viene a comportarsi come un cortocircuito; il valore iniziale della corrente, vale quindi V_1/R , essendo R l'unica resistenza a limitare la corrente circolante. A mano a mano che il condensatore si carica la tensione che si viene a creare ai suoi capi cresce e contrasta il generatore V_1 , causando una diminuzione progressiva della corrente circolante. Trascorso un certo tempo, determinato dai valori di resistenza e di capacità del circuito, il condensatore si troverà carico al valore di tensione V_1 e quindi non circolerà più corrente e il condensatore si comporterà come un interruttore aperto. In realtà, poichè la curva è di tipo esponenziale il valore V_1 non sarà mai perfettamente raggiunto; ad ogni modo il condensatore viene considerato carico quando la tensione ai suoi capi V_c è pari al 99% della tensione V_1 .

L'andamento della corrente che circola nel circuito e della tensione ai capi del condensatore dall'atto della chiusura dell'interruttore al momento in cui il condensatore è carico sono di tipo esponenziale e sono illustrati nella figura sottostante.

Si noti che per convenzioni, essendo la corrente circolante e la tensione ai capi del condensatore due valori che variano nel tempo vengono indicati con lettere minuscole, mentre V_1 ed R sono costanti e vengono indicate con lettere maiuscole.



Nel circuito di figura rappresenta un valore importantissimo il prodotto $R \cdot C$ che viene definito **costante di tempo** e indicato dalla lettera greca tau τ . La costante di tempo si esprime in secondi, infatti:

$$\tau = R \cdot C = \text{Ohm} \cdot \text{Farad} = (\text{Volt/Ampere}) \cdot (\text{Colomb/Volt}) = (\text{Volt/Ampere}) \cdot (\text{Ampere} \cdot \text{secondo}) / \text{Volt} = \text{secondo}$$

Gli andamenti di i e v sono derivati dalle formula generale per gli andamenti delle funzioni esponenziali (^ indica elevamento a potenza):

$$y(t) = Y_{\text{fin}} - (Y_{\text{fin}} - Y_{\text{in}}) e^{-t/\tau}$$

$$i = 0 - (0 - V_1/R) e^{-t/\tau} = V_1/R e^{-t/\tau}$$

$$v = V_1 - (V_1 - 0) e^{-t/\tau} = V_1 (1 - e^{-t/\tau})$$

Da esse si desume che perchè v sia pari al 99% di V_1 , ovvero che $v = 0.99V_1$ si avrà:

$$1 - e^{-t/\tau} = 0.99 \rightarrow e^{-t/\tau} = 0.01 \rightarrow -t/\tau = \ln 0.01 \rightarrow t/\tau = 4,6$$

Questo significa che il condensatore sarà carico al 99% della tensione V_1 , trascorso un tempo t pari a 4 o 5 volte la costante di tempo ($t = 5\tau$)

Inoltre si desume dalle formule che dopo un tempo pari alla costante di tempo ($t = \tau$):

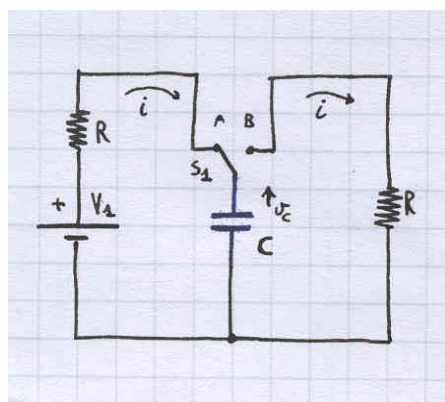
$$i = V_1/R e^{-t/\tau} = V_1/R e^{-1} = 0,367V_1/R$$

ovvero che la corrente dopo un tempo pari alla prima costante di tempo è pari al 37% della corrente iniziale

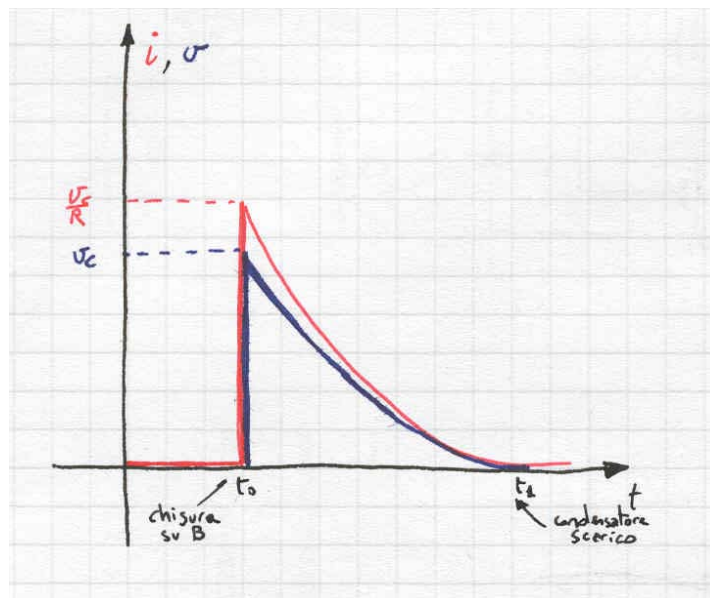
$$v = V_1(1 - e^{-t/\tau}) = V_1(1 - e^{-1}) = 0,633V_1$$

ovvero che la tensione dopo un tempo pari alla prima costante di tempo è pari al 63% della tensione finale

Osserviamo ora cosa accade nel circuito di figura.



All'atto della chiusura del selettore sulla posizione A il condensatore si carica secondo le modalità viste prima. Quando si sposta il selettore sulla posizione B il condensatore si scarica sulla resistenza R e si ha un andamento della tensione ai suoi capi e della corrente circolante del tipo rappresentato in figura.



Sempre applicando la formula generale per le funzioni di tipo esponenziale si ha:

$$i = 0 - (0 - Vc/R) e^{-t/\tau} = Vc/R e^{-t/\tau}$$

$$v = 0 - (0 - Vc) e^{-t/\tau} = Vc e^{-t/\tau}$$

Un caso molto particolare di carica del condensatore è quella con generatore di corrente costante; in questo caso la tensione ai suoi capi cresce secondo una rampa lineare.

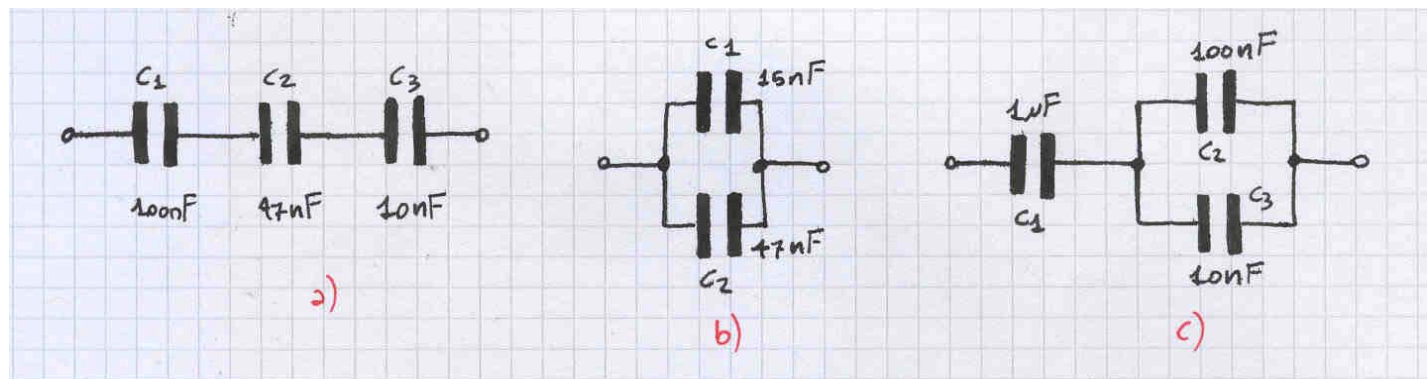
Test di verifica

Esercizio 9-1

A che tensione è necessario sottoporre un condensatore da 10nF perchè assuma una carica di 100nC? Utilizzando, invece, un condensatore da 1µF, che carica potrà accumulare, se sottoposto alla stessa differenza di potenziale? ([soluzione](#))

Esercizio 9-2

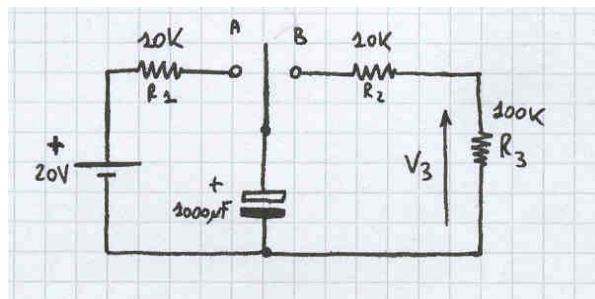
Determinare le capacità equivalenti dei tre circuiti a) b) e c) illustrati in figura ([soluzione](#))



Nei tre circuiti analizzare come si ripartisce una tensione applicata ai capi, pari ad un valore di 100V e la carica elettrica.

Esercizio 9-3

Nel circuito di figura determinare cosa accade quando il selettore si porta sulla posizione A e quanto vale la corrente circolante dopo 2s; e successivamente cosa accade quando si porta sulla posizione B, quanto vale la tensione su R3 dopo 4s ([soluzione](#))



prossimo capitolo



torna alla pagina dell'elettronica

); //-->

9-2

In a) i condensatori sono posti in serie e la capacità equivalente vale:

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{47} + \frac{1}{10}} = \underline{7,617 \text{ nF}}$$

La carica elettrica è la stessa per tutti e le tensioni si ripartiscono in base ad essa e alla capacità:

$$Q = C_{eq} \cdot V = 7,617 \cdot 10^{-9} \cdot 100 = \underline{761,7 \text{ nC}}$$

La tensione sui singoli condensatori vale:

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} = \underline{7,61 \text{ V}} \quad V_2 = \frac{Q}{C_2} = \underline{16,2 \text{ V}} \quad V_3 = \frac{Q}{C_3} = \underline{76,17 \text{ V}}$$

Ovviamente le tensioni sono inversamente proporzionali alle capacità; infatti a parità di carica è necessaria una d.d.p. maggiore dove sono più piccoli i condensatori.

In b) i due condensatori sono posti in parallelo e la capacità equivalente vale:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 15 + 47 = \underline{62 \text{ nF}}$$

La tensione è comune ad entrambi i condensatori e vale $V = \underline{100 \text{ V}}$ mentre le cariche accumulate valgono:

$$Q_1 = C_1 V = \underline{1,5 \mu\text{C}} \quad Q_2 = C_2 V = \underline{4,7 \mu\text{C}}$$

In c) C_1 è posto in serie al parallelo di C_2 e C_3 e si ha:

$$C_{eq} = \frac{C_1 \cdot (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3} = \underline{99,099 \text{ nF}}$$

La carica totale immagazzinata vale $Q = C_{eq} \cdot V = \underline{9,909 \mu\text{C}}$

La tensione su C_1 vale quindi $V_1 = \frac{Q}{C_1} = \underline{9,909 \text{ V}}$

La tensione che cade su C_2 e C_3 vale dunque $V_2 = V_3 = V - V_1 = 100 - 9,909 = \underline{90,09 \text{ V}}$

Le cariche accumulate da C_2 e C_3 valgono quindi:

$$C_2 = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q_2 = C_2 \cdot V = \underline{9,009 \mu\text{C}}$$

$$Q_3 = C_3 \cdot V = \underline{99 \mu\text{C}}$$

9-1

La tensione è calcolabile mediante

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} = \frac{100 \times 10^{-9}}{10 \times 10^{-9}} = 10V$$

Un condensatore da $1 \mu F$, invece, immagazzinerà

$$Q = CV = 10 \times 1 \times 10^{-6} = 10 \mu C$$

9-3

Spostando il selettore sulla posizione A il condensatore C si carica con costante di tempo $\tau = R_1 C = 10 \times 10^3 \times 1000 \times 10^{-6} = 10 \text{ s}$

Presupponendo il condensatore completamente scarico la corrente circolante avrà forma:

$$I_1 = 0 - \left(0 - \frac{V_1}{R_1}\right) e^{-t/\tau}$$

$$I_1 = 0 - \left(0 - \frac{20}{10^3}\right) e^{-t/10} = 2 \times 10^{-3} e^{-t/10} \Rightarrow \text{per } t = 2 \text{ secondi} \Rightarrow I_1 = 2 \times 10^{-3} e^{-2/10} = \underline{1,637 \text{ mA}}$$

Portando il selettore nella posizione B il condensatore C si scarica attraverso la serie R_2 e R_3 . La tensione ai capi di R_3 sarà così calcolabile:

$$V_3 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} \left[0 - (10 - 20) e^{-t/\tau} \right] = \frac{100}{100 + 10} \cdot 20 e^{-1/10} = \underline{12,187 \text{ V}}$$