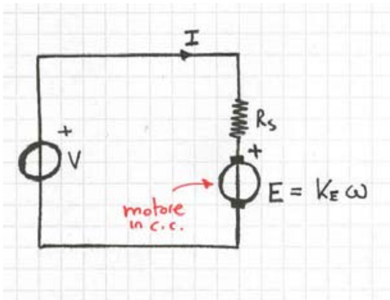
Il motore in corrente continua

Costruttivamente parlando un motore a corrente continua è identico ad una dinamo. Ovviamente il rotore non funziona più come indotto, bensì come induttore, in quanto non preleviamo più tensione ai suoi capi, dopo avere messo in rotazione l'albero, ma lo sottoponiamo a tensione elettrica per ottenere una rotazione meccanica dell'albero. Dinamo e motore in c.c. sono alla fine la stessa macchina, utilizzata per due scopi diversi, spesso reversibili e vengono denominati genericamente **macchina a corrente continua**.

Funzionamento a vuoto

Presupponiamo ora di avere una macchina a corrente continua inizialmente ferma e applichiamo ai suoi capi una tensione V. La resistenza degli avvolgimenti è sempre denominata R_S.



Il motore quindi è come una forza controelettromotrice la cui tensione è dipendente dalla costante K_E e dalla velocità rotorica; in fase di avvio la velocità rotorica è nulla (motore fermo) e si ha che la corrente è unicamente limitata dalla resistenza serie degli avvolgimenti: tale corrente di valore normalmente abbastanza alto viene denominata **corrente di spunto Is** che vale:

$$I_s = V/R_s$$

La nascita di questa corrente, però determina internamente al motore, una coppia di spunto **coppia di spunto C_s** pari a:

$$C_s = K_T * I_s$$

Questa coppia induce il rotore in rotazione con una velocità crescente e il motore inizia a funzionare.

Al suo interno, però nasce una forza controelettromotrice che come sappiamo vale:

$$E = K_E * \omega$$

La nascita di tale tensione si oppone alla causa che l'ha generata per la legge di Lenz e quindi la corrente risulta ora limitata non solo dalla resistenza d'avvolgimento, ma anche da tale tensione crescente in valore mentre il rotore acquista velocità.

In fase di avviamento la corrente assorbita vale:

$$I = (V - E) / R_s = (V - K\omega) / R_s$$

Poichè il rotore acquista velocità la corrente circolante diminuisce.

Si raggiunge un equilibrio in un motore ideale a vuoto, ovvero senza attriti e senza carichi meccanici agganciati all'albero, quando la velocità $\boldsymbol{\omega}$ è tale da fare si che E eguaglia la tensione di alimentazione V; in tali condizioni si indica E con E_0 e ω con ω_0.

In condizioni di regime si ha quindi che il motore ha il rotore alla velocità ω_0 e non assorbe corrente dal generatore di tensione. In tali condizioni, anche la coppia si annulla. Il motore però ha sempre degli attriti meccanici e comunque si hanno perdite magnetiche, quindi in un motore reale a regime la corrente non è nulla, ma esiste una corrente denominata **corrente a vuoto I_0** sufficiente a vincere gli attriti e le perdite magnetiche.

Una volta che la macchina è a regime, se applichiamo all'albero una coppia concorde a quella generata dal motore, e si fa superare la velocità rotorica attuale, oppure se diminuiamo il valore della tensione di alimentazione V, il motore inizia a funzionare da dinamo erogando corrente verso il generatore, a testimonianza della reversibilità della macchina.

Applichiamo ora ad applicare un carico meccanico sull'albero del motore, esercitando quindi una coppia contraria al verso di rotazione, detta **coppia frenante** o **coppia resistente** indicata C_L.

Il rotore subirà un rallentamento, tanto maggiore quanto sarà maggiore il valore della coppia frenante; conseguentemente calerà la forza controelettromotrice e ci sarà circolazione di una corrente pari a:

$$I = (V - E) / R_S$$

In questo modo il motore si porterà ad una velocità tale da fare in modo che la coppia generata C sia pari a quella resistente C_L, assorbendo una corrente pari a:

$$I = C_L/K_T$$

Questa relazione indica dipendenza lineare tra la corrente assorbita e la coppia frenante.

Con questo valore di I, la tensione indotta deve scendere a:

$$E = V - R_S I = V - R_S * C/K_T$$

a queste condizioni la velocità scende a un valore ω pari a:

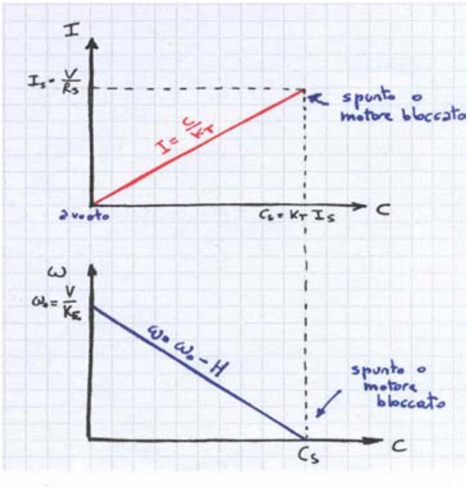
$$\omega = E/K_E = (V-R_S*C/K_T)/K_E = V/K_E - RC/(K_E K_T) = \omega_0 - RC/K_T^2$$

dove il termine RC/K_T^2 viene definito **costante del motore** e indicato con **H**; pertanto si ha che:

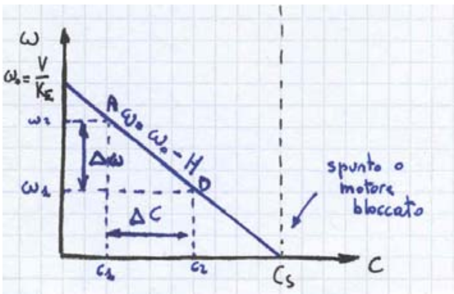
$$\omega = \omega_0 - CH$$

che ci fa capire che esiste una dipendenza lineare anche tra il modo con cui decresce la velocità angolare del rotore e l'aumento della coppia frenante. Se la coppia frenante è tale da bloccare il motore ci si riporta alle condizioni considerate all'avviamento: corrente molto alta, pari a quella di spunto e velocità rotorica nulla.

La figura sottostante illustra l'andamento della corrente e della velocità rotorica in funzione della coppia applicata.



Il coefficiente angolare della caratteristica della velocità rotorica vale -H; quindi H è indice della pendenza della retta. Se osserviamo di nuovo la figura prendendo altri due punti sulla curva:



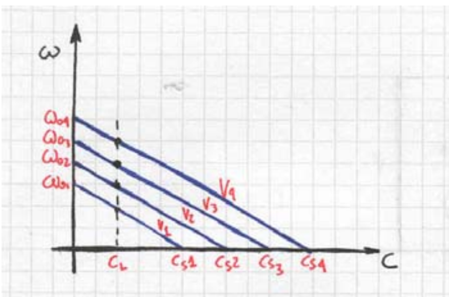
si nota che una variazione della coppia applicata ΔC, comporta una variazione della velocità rotorica Δω; tale variazione è tanto più pronunciata quanto maggiore è la ripidità della retta, quindi tanto maggiore H.

H quindi oltre ad essere pari a R/K_T^2 è anche uguale a ω_0/C_S e in particolare a (C2-C1)/(ω2-ω1).

In linea teorica un aumento di coppia richiesta dovrebbe comportare diminuzioni della velocità rotorica; ecco perchè il valore H rappresenta anche un **indice di bontà** del motore. Valori molto alti di H significano che il motore perde facilmente velocità quando gli viene richiesta una coppia maggiore. Costruttivamente parlando H non dipende dal numero di spire N infatti il rapporto R_S/K_T^2 rimane costante aumentando o diminuendo le spire; valori più bassi di H si ottengono invece utilizzando valori più elevati di induzione, quindi scegliendo magneti permanenti migliori oppure utilizzando macchine a campo avvolto.

I motori in corrente continua sono facilmente regolabili in velocità, semplicemente variando la tensione di alimentazione.

La figura sottostante mostra la variazione della caratteristica esterna per valori crescenti di V.



Applicando una coppia C_L si nota dalla figura che il motore si assesta a velocità crescenti al crescere della tensione di alimentazione.

Si è visto che una volta applicata tensione ai capi del motore, questo si avvia con velocità crescente, fino a raggiungere la velocità rotorica adeguata al carico applicato.

Richiamando alcuni elementi di meccanica che riguardano il moto lineare si ha che:

lo spostamento **s** si misura in **m**;

la velocità **v** si misura in **m/s**;

l'accelerazione **a** si misura in **m/s²**;

la forza **F** si misura in **N**;

la massa **m** si misura in **Kg**;

inoltre si ricorda che **F = ma** e che il lavoro o energia viene espresso come **L = Fs** e si misura in **joule**.

La potenza risulta essere **P = L / t = F * s /t = Fv** e si esprime in **watt**.

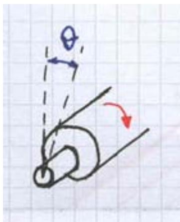
Nel moto rettilineo uniformemente accelerato inoltre si ha:

$$v = a\,t$$

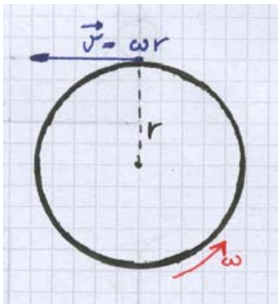
$$s = a\,t^2 / 2$$

L'energia cinetica è espressa invece come **Wcin = mv²/2**.

Nel caso di moto rotatorio lo spostamento diviene lo **spostamento angolare θ** (teta), inteso come l'angolo percorso da un oggetto in rotazione, ad esempio l'albero di un motore.



La velocità nel caso di moto circolare può essere intesa come **velocità angolare ω**, di valore **θ / t** (espressa in rad/s) oppure come **velocità periferica v** , intesa come un vettore tangente e di valore **θr / t** (espressa in m/s).



Nel moto circolare l'accelerazione viene scomposta in due vettori, uno perpendicolare all'altro: **l'accelerazione centripeta α_c**, che è sempre presente, anche nel moto circolare uniforme ed è dovuta al continuo cambio di direzione del vettore velocità tangenziale ed è diretta verso il centro e **l'accelerazione tangenziale α_t** che esiste solo quando c'è variazione della velocità angolare ed è per questo anche chiamata **accelerazione angolare** e si misura in **rad/s²**.

Nel moto circolare uniforme l'accelerazione angolare è nulla ed è nulla anche l'accelerazione tangenziale.

Nel moto circolare uniformemente accelerato si ha che l'accelerazione angolare **α** è pari a:

$$\alpha = \omega / t$$

e l'accelerazione tangenziale diviene

$$\alpha_t = r * \alpha$$

Si ricorda che, analogamente alla F=ma , nel moto circolare si può scrivere che:

$$C = J\,\alpha$$

dove C è la coppia e **J** il **momento di inerzia** del corpo in rotazione (Kg*m²).

Questa relazione è analoga a F=ma perchè ci fa capire che l'applicazione di una coppia (come di una forza nel moto rettilineo) provoca un'accelerazione angolare; il corpo se non ci fossero attriti resterebbe in perenne rotazione anche al cessare dell'applicazione della coppia. Inoltre al momento che viene applicata una coppia, il corpo raggiunge la velocità desiderata in un tempo tanto minore, quando minore sarà il suo momento di inerzia.

Questa asserzione è valida anche per i motori elettrici, ecco per quale motivo i rotori è bene che abbiano un basso momento di inerzia.

Proseguendo con l'analogia con il moto rettilineo si ha che il lavoro compiuto in un moto circolare è pari a:

$$L = C * \theta = C * \omega * t$$

e la potenza risulta ancora il lavoro nell'unità di tempo:

$$P = L / t = C * \omega * t / t = C * \omega$$

L'energia cinetica si può esprimere come

$$W_{cin} = J * \omega^2 /2$$

Analizziamo ora cosa accade ad un motore in continua, all'avviamento.

Sappiamo che la coppia di spunto vale

$C_S = K_T * V / R_S$

da ciò si ricava che l'**accelerazione allo spunto α_s** vale**:**

$$\alpha_s = C_S / J = (K_T * V) / (J * R_S)$$

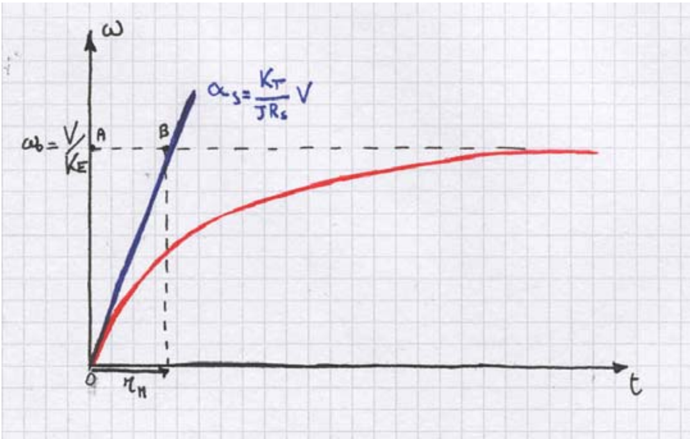
A mano a mano che il rotore acquista velocità si è detto che si ha un aumento della tensione indotta, corrispondente alla diminuzione della corrente circolante e conseguentemente della coppia; la diminuzione della coppia comporta una diminuzione dell'accelerazione secondo la relazione:

$$C = K_T I = C_S - K^2\omega/R_S = C_S - \omega/H$$

e di conseguenza

$$\alpha = (C_S - \omega/H) / J = C_S/J - \omega/HJ = \alpha_s - \omega/HJ$$

che implica una diminuzione lineare nel tempo dell'accelerazione con un valore iniziale pari all'accelerazione di spunto e con pendenza dipendente da H e dal momento di inerzia; la figura mostra l'andamento della velocità durante il transitorio di accelerazione, dal momento della partenza all'arrivo a regime.



Dalla figura si capisce che la velocità rotorica ha andamento esponenziale e tende asintoticamente al valore ω_0.

La **costante di tempo τ_m** è pari alla lunghezza del cateto AB del triangolo rettangolo OAB.

Si ha che AB = AO / m dove AO corrisponde proprio a ω_0 e il coefficiente angolare m è proprio la retta tangente alla curva all'origine degli assi; poichè all'origine degli assi siamo in corrispondenza della partenza del motore si può dire che all'origine la velocità è proprio tendente all'accelerazione allo spunto, quindi $\mathbf{m = \alpha_s}$.

Si ha quindi che:

$$\tau_m = AO/m = \omega_0 / (K_T V/JR_S) = V/K_T / (K_T V/JR_S) = JR_S/K_T^2 = JH$$

ovvero che la costante di tempo è il prodotto della costante del motore e del momento di inerzia.

Conosciamo ora che il valore iniziale delle velocità rotorica è nullo e il valore finale tende a ω_0, si può quindi scrivere l'equazione esponenziale della funzione nei termini:

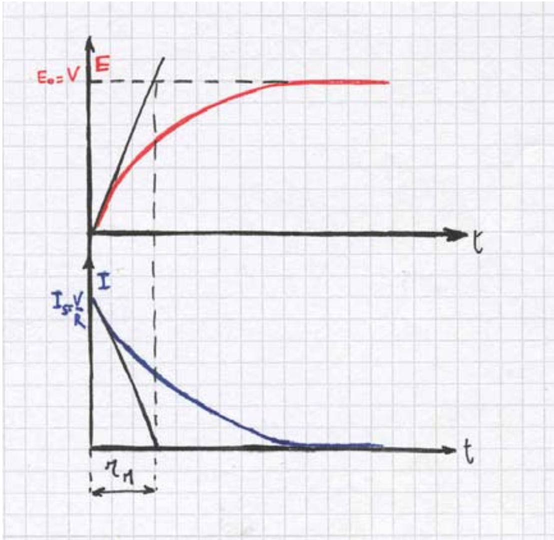
$y(t) = Y_{fin} - (Y_{fin} - Y_{in})\ e^{-t/\tau}$

quindi :

$$\omega = \omega_0 - (\omega_0 - 0)\ e^{-t/\tau_m} = \omega_0 (1- e^{-t/\tau_m})$$

In pratica le costanti di tempo dei motori NON variano a seconda delle dimensioni del motore, ma solo dalla tecnologia impiegata e sono comprese tra i 10mS e i 20mS. Questo perchè costruttivamente parlando si dimostra che H è inversamente proporzionale alla quinta potenza delle dimensioni del motore, mentre J ne è direttamente proporzionale. Nella costante di tempo le due dipendenze si elidono a vicenda e questo sta a spiegare perchè piccole e grandi macchine in continua, geometricamente simili hanno costanti di tempo così simili.

Analizziamo ora le curve che caratterizzano l'avviamento di un motore in corrente continua, dal punto di vista elettrico, ovvero della corrente circolante e della forza controelettromotrice indotta dalla rotazione del rotore.



Scrivendo le funzioni delle curve otteniamo:

$$E = V - (V-0)\ e^{-t/\tau_m} = V\ (1- e^{-t/\tau_m})$$

$$I = V/R_S - (0 - V/R_S)\ e^{-t/\tau_m} = V/R_S\ e^{-t/\tau_m}$$

L'andamento delle funzioni ricorda perfettamente quello di un condensatore C* caricato attraverso una resistenza R. Chiamiamo il condensatore C* con questo simbolo per distinguerlo dal simbolo della coppia.

Un circuito equivalente come funzionamento a un motore deve avere le stesse costanti di tempo, quindi è necessario porre

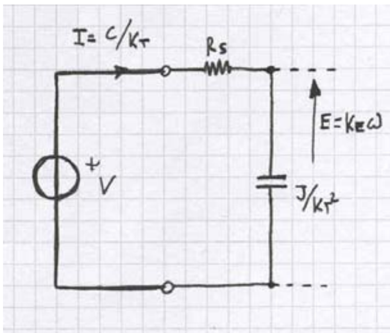
$\tau = \tau_m$ quindi $RC^* = R_S J/K_T^2$

ma poichè $R = R_S$, si ha che :

$$C^* = J/K_T^2$$

La corrente circolante viene ad essere equiparata alla coppia generata dal motore, mentre la tensione ai capi del condensatore viene ad essere la velocità angolare del rotore secondo le relazioni:

$I = C/K_T$ e $E = K_E\ \omega$



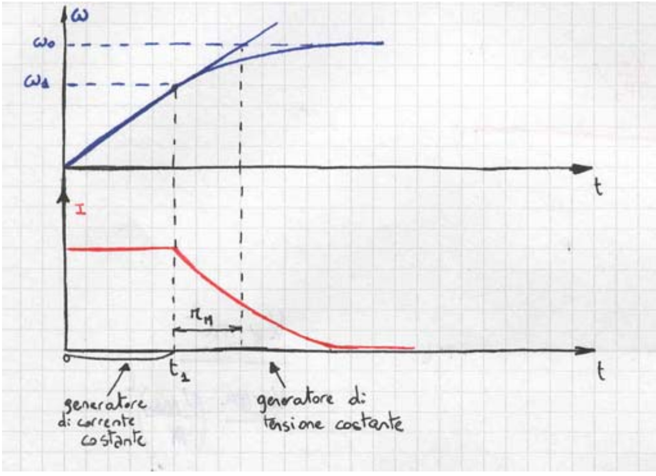
Avviamento del motore in corrente continua

A causa della presenza della corrente di spunto, non sempre si può alimentare un motore direttamente applicandogli il generatore di tensione; infatti la corrente di spunto ha un valore molto elevato e può risultare dannoso sia per il motore che per il generatore stesso.

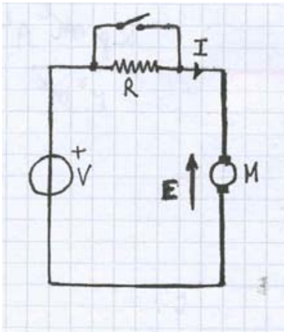
Uno dei metodi per avviare un motore di questo tipo è quello di utilizzare un generatore di corrente costante per la prima fase di avviamento e in seguito commutare alimentando il motore con un normale generatore di tensione. Generalmente i due dispositivi sono conglobati nello stesso alimentatore.

L'utilizzo di un generatore di corrente costante è un modo per limitare la corrente di spunto al valore nominale di corrente erogato dal generatore. Si noti che in questo modo, il motore si comporta come un condensatore caricato a corrente costante e la tensione ai suoi capi, così come la velocità rotorica, cresce linearmente.

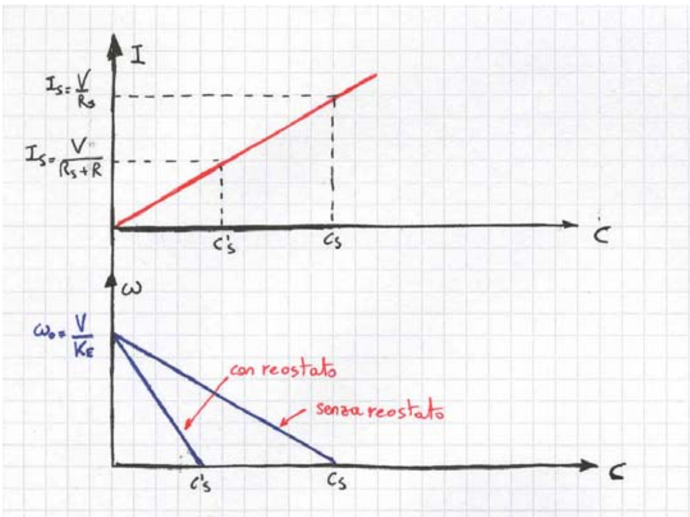
La figura illustra l'andamento della velocità rotorica e della corrente circolante prima e dopo il momento t1 dello scambio tra alimentazione con generatore di corrente costante e generatore di tensione; dopo t1 si ha il normale comportamento esaminato sinora, ma con una velocità rotorica ovviamente diversa da 0, visto che il motore si trova già avviato e questo limita la di molto la corrente di spunto.



Un altro modo di avviare motori di grosse dimensioni, riducendo la corrente di spunto è quello di utilizzare una **resistenza di avviamento**.Talvolta la resistenza può anche essere variabile dall'operatore e in questo contesto viene chiamata **reostato**. Il reostato viene in genere escluso (**shuntato**) ad avviamento ultimato per evitare inutile dissipazione di calore su di esso.

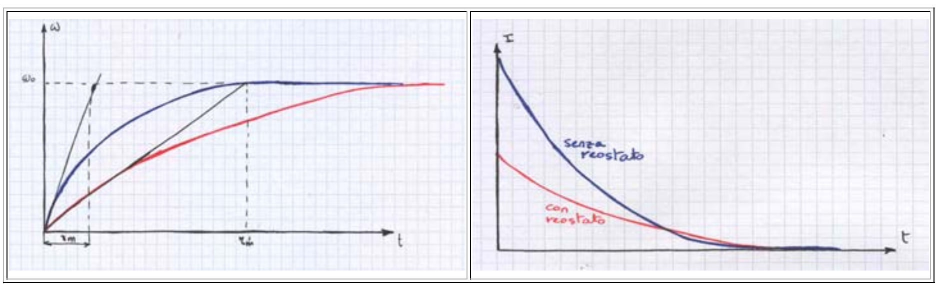


In questo modo la corrente di spunto non vale più $I_s=V/R_s$, ma diventa limitata anche dalla resistenza di avviamento che si pone in serie alla resistenza d'avvolgimento. Lo stesso vale per la coppia di spunto che risulta limitata. L'inserzione della resistenza di avviamento modifica ovviamente l'effetto di H, inclinando più rapidamente la curva di uscita; ecco perchè una volta avviato il motore è bene escludere la resistenza di avviamento. La figura mostra due curve di uscita del motore, con o senza resistenza di avviamento.



Si noti che la velocità rotorica tende comunque sempre a ω_0 poichè quella è la velocità alla quale E si contrappone in valore a V, portando il motore a regime; quindi l'inserzione di una resistenza di avviamento non modifica la velocità rotorica a regime.

La figura sottostante mostra, invece, come si modificano i transitori di avviamento relativi alla velocità rotorica e alla corrente circolante quando viene inserito il reostato di avviamento.



prossimo capitolo

torna alla pagina dell'elettronica

'); //-->