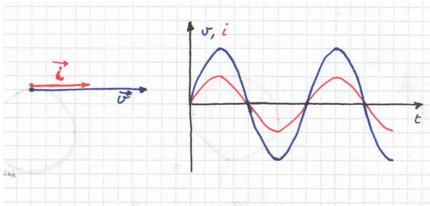
## Resistenze in regime sinusoidale

Abbiamo già visto nelle reti in corrente continuo, la dipendenza tra tensione, corrente e resistenza, nota come la legge di Ohm. Tale dipendenza resta valida anche quando si parla di reti sottoposte a regime sinusoidale, con la differenza che in queste reti, per definizione, non si ha mai un valore costante della tensione e conseguentemente della corrente circolante, ma si ha un oscillazione di essi, che si verifica periodicamente, secondo un andamento sinusoidale.

In un circuito puramente resistivo, sottoposto a tensione alternata sinusoidale, la corrente circola perfettamente in concomitanza con la tensione applicata, ovvero la corrente circola **in fase** con la tensione. Come già anticipato, vettorialmente parlando, si può descrivere la tensione come un vettore in rotazione; il seno dell'angolo formato da questo vettore con l'asse x descrive l'andamento sinusoidale, che ha ampiezza massima VM. Conseguentemente anche la corrente è un vettore, dato dal rapporto tra il vettore tensione e la resistenza su cui è applicato il valore tensione. In pratica in un circuito puramente resistivo, i due vettori sono perfettamente sovrapposti, in quanto sono in fase.



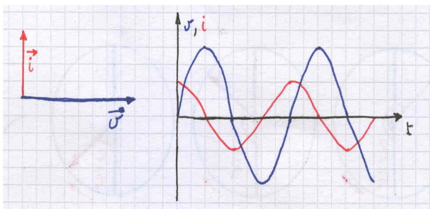
## Condensatori in regime sinusoidale

Abbiamo visto che un condensatore a cui è applicata una tensione continua si comporta, a transitorio esaurito, come un circuito aperto. Quando un condensatore è sottoposto a regime sinusoidale non si comporta più come un circuito aperto, bensì viene ad assorbire corrente, presentando quella che si definisce **reattanza capacitiva**. La reattanza capacitiva ha un comportamento simile per certi aspetti alla resistenza elettrica, si esprime in Ohm e in valore assoluto è determinabile dalla relazione:

$$Xc = 1 / 2\pi f C = 1 / \omega C$$

Dalla relazione si capisce che la reattanza capacitiva è inversamente proporzionale alla frequenza e alla capacità. In altre parole più la frequenza è bassa e più la reattanza cresce e cio è concorde con quanto si è detto prima: in regime continuo la frequenza vale 0 e la reattanza si presenta infinita (circuito aperto). Inoltre maggiore è la capacità del condensatore e più questo presenta reattanza bassa.

Quando un circuito puramente capacitivo è sottoposto a regime alternato sinusoidale, la corrente non circola in concomitanza con la tensione applicata, ma si trova anticipata rispetto ad essa di 90°. Si dice che la **corrente circola in quadratura di anticipo rispetto alla tensione**. In altre parole il vettore corrente si trova in anticipo di 90° rispetto al vettore tensione. Si dice anche che la corrente risulta **swattata** rispetto alla tensione e l'origine di questa denominazione sarà chiara a fine capitolo.



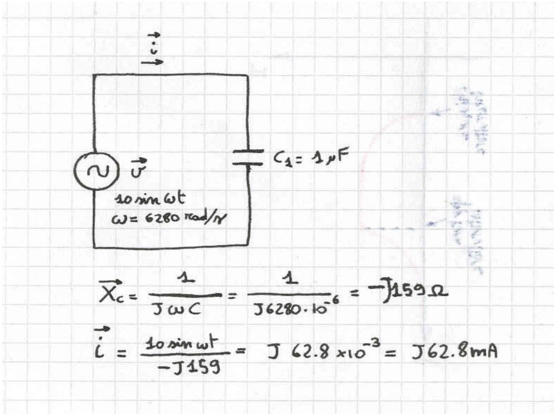
Ecco perchè la reattanza in pratica non è più assimilabile ad una resistenza, ma diviene anch'essa un vettore. In particolare la reattanza capacitiva può essere scritta, secondo la :

$$Xc = 1 / j\omega C = - j / \omega C$$

Dove j è, dalla matematica, quel valore che elevato al quadrato vale -1, ovvero il numero immaginario. Si ricorda a proposito che dividere per j è equivalente a moltiplicare per -j. Inoltre moltiplicare per j un vettore significa anticiparlo di 90° sul piano vettoriale, mentre dividere per j un vettore significa ritardarlo di 90°, che poi è come riportare il vettore rispettivamente sul quadrante superiore e su quello inferiore.

In taluni casi si ricorre a definire, analogamente a quello che succedeva con R e la conduttanza, l'inverso della reattanza capacitiva che si esprime in Siemens o Mho ed è chiamata **suscettanza capacitiva** e si indica con **G**.

A titolo di esempio vediamo la risoluzione dell'esercizio in figura (si noti il simbolo del generatore di tensione sinusoidale).




Il risultato è la corrente i che vale j62.8 mA; questo significa che in modulo vale 62.8mA, mentre si trova sul piano vettoriale in anticipo di 90°. A conferma del comportamento capacitivo del circuito.

Cosa accade ora se andiamo ad inserire una resistenza e otteniamo un circuito RC? In pratica si ottiene un nuovo vettore dato dalla combinazione della resistenza e della reattanza. Tale vettore viene definito **impedenza** e indicato con **Z** e si esprime ancora in ohm. Il vettore impedenza sarà nella forma:

$$\mathbf{Z = R + 1/ j\omega C = R - j/\omega C}$$

Esso è quindi caratterizzata da una parte reale R e da una parte immaginaria jωC, generalmente indica come X (reattanza); avrà così comportamento tanto più resistivo quanto più prevale la parte reale e tanto più capacitivo quanto più prevale la parte immaginaria. Talvolta viene utilizzato al posto dell'impedenza il suo inverso, definito **ammettenza** ed indicato con **Y**.

Ricordando le proprietà dei vettori, si può calcolare modulo e fase del vettore mediante la relazione:

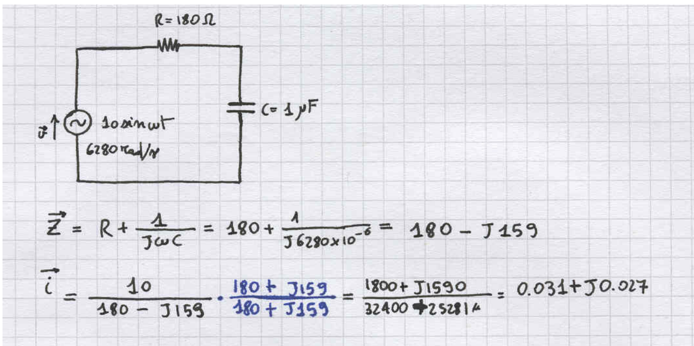
$$\mathbf{|Z| = radq\ (R^2 + X^2)}$$

$$\mathbf{\varphi = arctg\ X/R}$$

dove |**Z**| è il modulo del vettore e φ è la fase di esso, ovvero l'angolo di sfasamento.

Vediamo cosa accade nel circuito precedente se in serie al condensatore inseriamo una resistenza R.

Già a priori ci aspettiamo che la fase della corrente circolante non sarà nulla, perchè il circuito non è puramente resistivo, ma non sarà neppure più di 90°, poiche il nuovo vettore non è più una reattanza capacitiva, ma un'impedenza che include anche un valore reale.




Nel calcolo il passaggio in blu è un artificio per eliminare j dal denominatore.

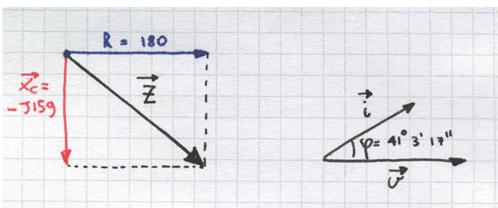
Vettorialmente parlando il modulo i ottenuto vale 0.031 + j0.027. Questo significa che il suo modulo vale:

$|i| = radq(0.031^2+0.027^2)= 41.1mA$

e la sua fase vale:

$\varphi = arctg\ (0.027/0.031) = 41.05$ equivalente di 41° 3' 17"

I vettori ottenuti sono rappresentabili in questo modo:



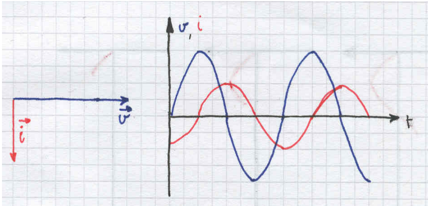

## Induttori in regime sinusoidale

Abbiamo visto che un induttore a cui è applicata una tensione continua si comporta, a transitorio esaurito, come un cortocircuito. Quando un induttore è sottoposto a regime sinusoidale non si comporta più come un cortocircuito, bensì viene a limitare la corrente assorbita, presentando quella che si definisce **reattanza induttiva**. La reattanza induttiva ha un comportamento simile per certi aspetti alla resistenza elettrica, si esprime in Ohm e in valore assoluto è determinabile dalla relazione:

$$X_l = 2\pi f L = \omega L$$

Dalla relazione si capisce che la reattanza induttiva è direttamente proporzionale alla frequenza e all'induttanza. In altre parole più la frequenza è bassa e più la reattanza diminuisce e cio è concorde con quanto si è detto prima: in regime continuo la frequenza vale 0 e la reattanza si presenta nulla (cortocircuito).

Quando un circuito puramente induttivo è sottoposto a regime alternato sinusoidale, la corrente non circola in concomitanza con la tensione applicata, ma si trova ritardata rispetto ad essa di 90°. Si dice che la **corrente circola in quadratura di ritardo rispetto alla tensione**. In altre parole il vettore corrente si trova in ritardo di 90° rispetto al vettore tensione.

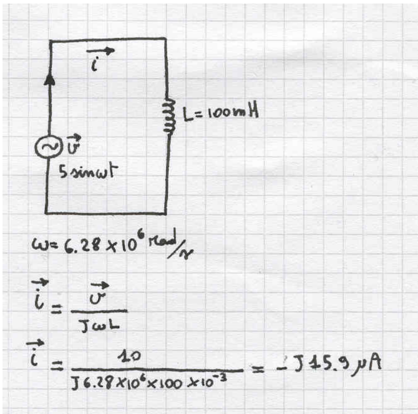



Ecco perchè la reattanza in pratica non è più assimilabile ad una resistenza, ma diviene anch'essa un vettore. In particolare la reattanza induttiva può essere scritta, secondo la :

$$X_l = j\omega L$$

In taluni casi si ricorre a definire, analogamente a quello che succedeva con R e la conduttanza, l'inverso della reattanza induttiva che si esprime in Siemens o Mho ed è chiamata **suscettanza induttiva** e si indica con **G**.

Risolviamo il circuito di figura, andando ad analizzare la corrente che circola.



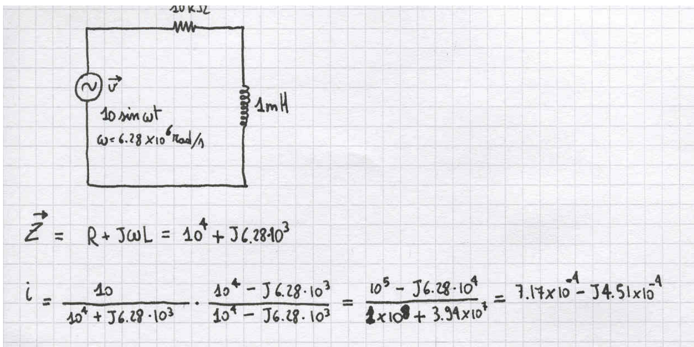

Il risultato è la corrente i che vale -j15.9 µA; questo significa che in modulo vale 15.9µA, mentre si trova sul piano vettoriale in ritardo di 90°. A conferma del comportamento induttivo del circuito.

Analogamente a quanto si è visto per i condensatori, combinando una reattanza induttiva con una resistenza si avrà un nuovo vettore nella forma:

$$Z = R + j\omega L$$

e per il quale si può determinare modulo e fase nel modo già visto.

L'esercizio seguente illustra il caso.



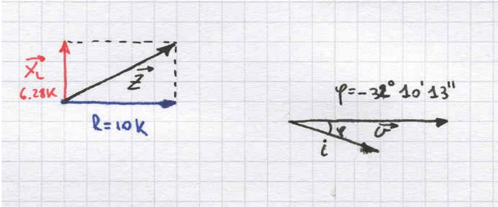

Vettorialmente parlando il modulo i ottenuto vale 717 - j451 (µA). Questo significa che il suo modulo vale:

|i| = radq(717²+451²)= 847µA

e la sua fase vale:

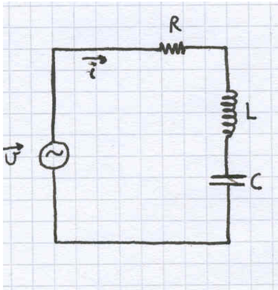
φ = arctg (-451/717) = -32.17 equivalente di -32° 10' 13"

I vettori ottenuti sono rappresentabili in questo modo:




**Circuiti risonanti**

Analizziamo ora il circuito di figura.




Nel circuito risultano ora in serie sia una resistenza pura, che un'induttanza che una capacità.

L'impedenza risultante potrà essere calcolata ponendo in serie R, Xl e Xc:

$$\mathbf{Z = R + j\omega L - j/\omega C}$$

Si capisce da ciò che si è detto sinora che per frequenze molto basse si avrà un comportamento dove prevale il condensatore C, poichè per frequenze molto basse l'induttanza è praticamente un cortocircuito; per frequenze molto alte si avrà invece un comportamento induttivo, in quanto il condensatore appare come un cortocircuito. A questo punto viene lecito domandarsi cosa accade intorno alle frequenze intermedie. In particolare in un circuito del genere esiste sempre una frequenza in corrispondenza della quale la reattanza induttiva assume il valore (in modulo) della reattanza capacitiva. Intorno a tale frequenza, definita **frequenza di risonanza**, le due reattanze, avendo valore in modulo uguale e chiaramente fase opposta, si trovano ad annullarsi reciprocamente e la corrente risulta limitata solo ed esclusivamente dalla resistenza R.

La frequenza di risonanza $f_0$ è determinabile ponendo uguali per modulo la reattanza induttiva e quella capacitiva:

$$X_c = X_L$$

$$\frac{1}{2\pi f_0 C} = 2\pi f_0 L$$

$$f_0^2 = \frac{1}{(2\pi)^2 L C}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Vediamo cosa accade nel circuito di figura se R = 10Ohm, L = 200µH e C=50pF, quando il generatore fornisce una tensione sinusoidale pari a v = 0.1 sinωt e ω vale 10^7 rad/s, corrispondente ad una frequenza di circa 1.59 MHz.

$$\vec{Z} = 10 + j\,10^7 \times 200\cdot 10^{-6} + \frac{1}{j\,10^7 \times 50\cdot 10^{-12}} = 10 + \cancel{j2\cdot 10^3} - \cancel{j2\cdot 10^3} = 10$$

In pratica il vettore Z alla frequenza suddetta perde il valore immaginario, quindi ci troviamo alla frequenza di risonanza. Intorno a tale frequenza Z assume un comportamento puramente resistivo. Inoltre in corrispondenza di tale frequenza, nel circuito risonante serie, si ha il massimo valore di corrente assorbita, per questo motivo esse viene anche definito **accettore**. Andiamo ora a determinare il valore della tensione ai capi di L e di C, mediante la legge di ohm, dopo avere determinato la corrente circolante.

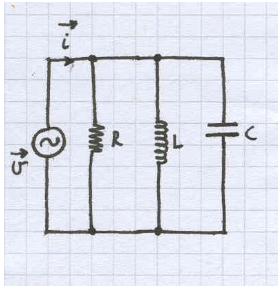
$$\vec{i} = \frac{0.1}{10} = 10\ mA$$

$$\vec{V_c} = \vec{i} \cdot \vec{X_c} = 10^{-2} \cdot \frac{1}{j\,10^7 \cdot 50 \cdot 10^{-12}} = -j20V$$

$$\vec{V_L} = \vec{i} \cdot \vec{X_L} = 10^{-2} \cdot j\,10^7 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = j20V$$

Quindi ai capi dell'induttore L e ai capi del condensatore C si trova una tensione 200 volte maggiore di quella fornita dal generatore!

Osserviamo ora cosa accade se poniamo R, L, C tutti in parallelo tra loro.




Alla frequenza di risonanza, ancora una volta Xl = Xc.

Se osserviamo il problema in termini di ammettenze avremo che

Y= 1/R + 1/Gc + 1/Gl

Ma alla frequenza di risonanza si ha che Gc = -Gl

pertanto si può dire che alla frequenza di risonanza avremo il minimo valore di ammettenza, ovvero il massimo valore di impedenza del circuito. Quindi avremo il minimo assorbimento possibile dal generatore di tensione. E' per questo motivo che il circuito risonante parallelo viene talvolta definito **reiettore**.

## La potenza nel regime sinusoidale

La potenza in un circuito sottoposto a regime sinusoidale è una grandezza vettoriale, allo stesso modo della tensione applicata o della corrente circolante.

In un circuito puramente resistivo la corrente circola in fase con la tensione applicata e la potenza è determinabile secondo la nota formula (che utilizza i valori efficaci)

**Peff = Veff * Ieff**

Quando nel circuito appaiono comportamente induttivi o capacitivi è necessario determinare l'impedenza equivalente, mediante i metodi forniti; in particolare si viene a parlare, in relazione all'angolo di fase presente tra corrente e tensione di tre tipologie di potenza che si riscontrano su un circuito non resisitivo.

La **potenza apparente Ps**, che è quella che appare assorbita dal punto di vista del generatore.

La **potenza attiva P**, che è quella che viene dissipata in calore sugli elementi puramente resistivi ed è generalmente quella utile.

La **potenza reattiva Q** , che è quella dissipata in campi elettrostatici ed elettromagnetici su condensatori e induttanze e si traduce, generalmente, un'energia spesa in maniera indesiderata ed è originata dallo swattamento della corrente.

In termini matematici, la potenza attiva viene calcolata mediante la relazione:

**P = Veff * Ieff * cosφ**

e l'unità di misura è quella standard, ovvero i Watt. Se si osserva la formula si capisce che per un angolo di fase nullo, ovvero nei circuiti puramente resistivi, il valore cosφ (leggi cosfi') è pari a 1 e la formula ritorna quella già preannunciata sopra.

La potenza reattiva invece viene calcolata mediante la relazione:

**Q = Veff * Ieff * senφ**

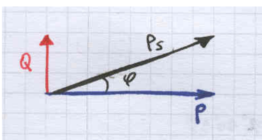
Viene espressa in genere, in un'unità di misura che dimensionalmente è pari al Watt, essendo un prodotto di corrente e tensione; la grandezza convenzionalmente adottata è il **VAr** che significa **Volt Ampere Reattivi**.

La potenza apparente si calcola mediante la relazione

**Ps = radq ($P^2$ + $Q^2$)**

La potenza apparente viene espressa in **VA**, ovvero **Volt Ampere**.

La figura sottostante mostra un esempio di triangolo delle potenze.




Il valore cosφ, che viene comunemente chiamato **fattore di potenza**, è bene che sia più possibile vicino all'unità. In questa maniera si ha il minimo dispendio energetico in campi elettrici e la potenza apparente è di valore prossimo alla potenza reale. Nel caso, ad esempio di un utente che assorbe potenza da un ente erogatore come l'ENEL, è bene che le potenze reattive siano ridotte al minimo; questo poichè i contatori ENEL sono progettati per la misurazione della potenza apparente e un'elevata potenza reattiva si traduce in un basso rendimento energetico. Per questo motivo quando un'utenza civile o industriale ha un comportamento reattivo è necessario effettuare all'interno del suo impianto quello che viene denominato **rifasamento**. Nel rifasamento si applica in parallelo sulla linea un insieme di induttori o condensatori in modo da compensare l'andamento rispettivamente capacitivo o induttivo dell'impianto. Per esempio in edifici pubblici dove sono presenti molte plafoniere con tubi al neon, che hanno comportamento capacitivo si avrà un comportamento generale capacitivo dell'impianto. Lo stesso si può dire di stabilimenti dove si eseguono processi elettrolitici. In un'industria dove, invece, si hanno molti motori elettrici si avrà un comportamento induttivo e l'impianto di rifasamento si presenterà come un insieme di condensatori opportunamente collegati. Nelle industrie esistono apparecchiature di rifasamento chiamate **rifasatori automatici**, che variano il numero di condensatori inseriti, in base allo sfasamento che misurano sulla linea.

*prossimo capitolo*

*torna alla pagina dell'elettronica*

'); //-->